

GUÍA PARA ETS, CÁLCULO INTEGRAL

Resuelve y/o comprueba con procedimiento completo cada uno de los ejercicios que a continuación se presentan.

CAMBIO DE VARIABLE

$A) \int \cos^4 x \operatorname{sen} x \, dx = -\frac{\cos^5 x}{5} + C$	$B) \int \left(\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \right) dx = \frac{1}{2} \left \frac{2x-1}{2x+1} \right + C$
$C) \int \frac{6e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = -6e^{\frac{1}{x}} + C$	$D) \int \tan\left(\frac{x}{2}\right) \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) dx = \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) + C$
$E) \int \frac{\operatorname{sen} x \, dx}{1 - \cos x} = \ln 1 - \cos + C$	

INTEGRACIÓN POR PARTES

$A) \int \ln x \, dx = x \ln x - x + C$	$B) \int \operatorname{sen}^2 x \, dx = \frac{x - \operatorname{sen} x \cos x}{2} + C$
$C) \int (x^3 - 2x - 5) \operatorname{sen} 2x \, dx = -\frac{1}{2}(x^3 - 2x - 5) \cos 2x + \frac{1}{4}(3x^2 - 2) \operatorname{sen} 2x + \frac{3}{4}x \cos 2x - \frac{3}{8} \operatorname{sen} 2x + C$	
$D) \int e^{3x} \operatorname{sen} 2x \, dx = \frac{1}{13} e^{3x} (3 \operatorname{sen} 2x - 2 \cos 2x) + C$	$E) \int (x^2 + 3) 3x^2 \, dx = \frac{3}{5} x^5 + 3x^3 + C$

INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

$$\int \operatorname{sen}^2 4x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sen} 8x}{8} + C = \frac{1}{2}x - \frac{1}{16} \operatorname{sen} 8x + C$$

$$\int \cos^5 x \, dx = \operatorname{sen} x - \frac{2}{3} \operatorname{sen}^3 x + \frac{1}{5} \operatorname{sen}^5 x + C$$

$$\int \operatorname{sen}^3 3x \, dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \cos^3 3x + C$$

$$\int \operatorname{sen}^5 x \cos^2 x \, dx = -\frac{1}{3} \cos^3 x + \frac{2}{5} \cos^5 x - \frac{1}{7} \cos^7 x + C$$

$$\int \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x \, dx = \frac{1}{8}x - \frac{1}{8} \frac{\operatorname{sen} 4x}{4} + C = \frac{1}{8}x - \frac{1}{32} \operatorname{sen} 4x + C$$

SUSTITUCIÓN TRIGONOMÉTRICA

$$\int \frac{\sqrt{25 - 16x^2}}{x} \, dx = 5 \ln \left| \frac{5 - \sqrt{25 - 16x^2}}{4x} \right| + \sqrt{25 - 16x^2} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9 - x^2}} = -\frac{1}{9} \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x} + C = -\frac{\sqrt{9 - x^2}}{9x} + C$$

$$\int \frac{dx}{x \sqrt{9 + 4x^2}} = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt{4x^2 + 9} - 3}{2x} \right| + C$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 7)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{7\sqrt{x^2 + 7}} + C$$

$$\int \frac{x^3 \, dx}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4}}{3} + C$$

FRACCIONES PARCIALES

$$\int \frac{dx}{x^2 - 4} = \frac{1}{4} \ln|x - 2| - \frac{1}{4} \ln|x + 2| + C = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{x - 2}{x + 2}\right) + C$$

$$\int \frac{x + 3}{x^2 - 3x + 2} dx = 5 \ln|x - 2| - 4 \ln|x - 1| + C$$

$$\int \frac{5x dx}{2x^3 + 6x^2} = -\frac{5}{6} \ln|2x + 6| + \frac{5}{6} \ln x + C$$

$$\int \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} = 2 \ln|x - 1| - \frac{3}{x - 1} + C$$

$$\int \frac{(7x + 29)dx}{x^2 + 8x + 15} = 3 \ln|x + 5| + 4 \ln|x + 3| + C$$

ÁREA BAJO LA CURVA Y ENTRE ELLAS

1.- ¿Cuál es el área bajo la curva representada por $y = x^2$ entre $x=1$ y $x=3$. Incluir gráfica

$$R = \frac{26}{3} u^2$$

2.- Determina el área bajo la curva que se representa por $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$ desde $x=0$ hasta $x=3$, incluir gráfica.

$$R = 9 u^2$$

3.- ¿Cuál es el área de la curva representada por $y = x^3 - 4x$ desde $x=-2$ hasta $x=0$? Incluir gráfica

$$R = 4 u^2$$

4.- encuentra el área bajo la curva $y = x^2 + x + 2$ desde $x=-1$ hasta $x=2$. Incluir gráfica

$$R = \frac{63}{3} u^2$$

5.- Dada la curva representada por $y = x^2 + 4x$, determinar el área de la región marcada desde $x=-2$ hasta $x=0$. Incluir gráfica

$$R = -\frac{16}{3}u^2$$

6.- Dadas las funciones $y = x^2 + 1$ y $y = -x^2 + 3$, ¿cuál es el área de la región de intersección?. Incluir gráfica

$$R = \frac{8}{3}u^2$$

7.- ¿Cuál es el área formada por la intersección de $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ y la recta $y = x + 3$. Incluir gráfica

$$R = \frac{3}{2}u^2$$

8.- ¿cuál es el área entre la recta $y = x + 4$ y la curva $y = x^2 - 3x - 1$? Incluir gráfica.

$$R = 36u^2$$